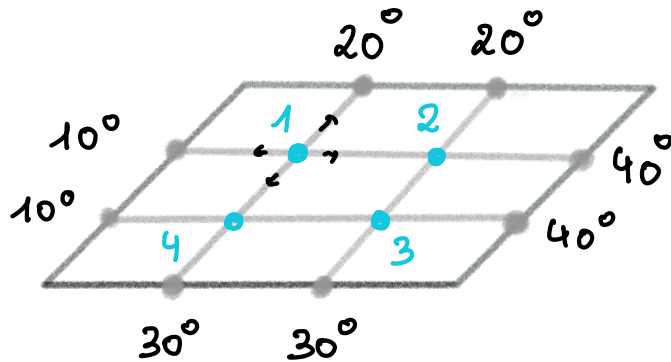


Modélisation d'un transfert thermique



Hypothèse : La température en un noeud est égale à la moyenne des températures aux 4 noeuds voisins.

T_1 = température au noeud T_1 etc.

$$\textcircled{1} \quad \frac{20 + T_2 + T_4 + 10}{4} = T_1 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} 4T_1 = 20 + T_2 + T_4 + 10 \\ 4T_2 = 20 + 40 + T_3 + T_1 \\ 4T_3 = T_2 + 40 + 30 + T_4 \\ 4T_4 = T_1 + T_3 + 30 + 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4T_1 = T_2 + T_4 + 30 \\ 4T_2 = T_1 + T_3 + 60 \\ 4T_3 = T_2 + T_4 + 70 \\ 4T_4 = T_1 + T_3 + 40 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4T_1 - T_2 - T_4 = 30 & (1) \\ T_1 - 4T_2 + T_3 = -60 & (2) \\ T_2 - 4T_3 + T_4 = -70 & (3) \\ T_1 + T_3 - 4T_4 = -40 & (4) \end{cases}$$

$$(1) + (3) \quad 4T_1 - 4T_3 = -40$$

$$\Rightarrow T_1 - T_3 = -10$$

$$\Rightarrow \underline{T_1 = T_3 - 10}$$

On remplace dans (2) :

$$T_3 - 10 - 4T_2 + T_3 = -60$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{T_3 + 25}{2} \quad (*)$$

↳ inutile

$$(2) - (4) \quad -4T_2 + 4T_4 = -20$$

$$T_2 - T_4 = 5$$

$$\underline{T_2 = T_4 + 5}$$

On remplace dans (3) :

$$T_4 + 5 - 4T_3 + T_4 = -70$$

$$\Rightarrow T_4 = \frac{4T_3 - 75}{2} \quad (**)$$

On remplace ensuite dans (4):

$$T_3 - 10 + T_3 - 4 \cdot \frac{4T_3 - 25}{2} = -40$$

$$\Rightarrow -6T_3 - 10 + 150 = -40$$

$$\Rightarrow 6T_3 = 180 \Rightarrow \underline{T_3 = 30}$$

on en déduit

$$T_1 = 20$$

$$T_2 = 27,5$$

$$T_4 = 22,5$$